

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ УПРАВЛЕНИЯ 2-Х СТЕПЕННЫМ ПЕРЕВЕРНУТЫМ МАЯТНИКОМ НА ТЕЛЕЖКЕ

О.Ю. Суменков, студент г.8Е72,

А.С. Беляев, аспирант г.А7-36,

Томский политехнический университет, 634050, г. Томск, пр.Ленина,30,

тел. .(9021)-650-779

E-mail: oys5@tpu.ru

Стабилизация положения перевернутого маятника на тележке является одной из самых распространенных задач в современной теории автоматического управления, поскольку представляет собой неустойчивую нелинейную систему, у которой часть степеней свободы не управляется напрямую. Такие сложности системы приводят к тому, что простые регуляторы [1], например, ПИД не обеспечивает необходимые переходные характеристики, поскольку для стабилизации положения маятника необходимы минимальное перерегулирование и время переходного процесса.

Наиболее распространенными методами, применяемыми для решения данной задачи, являются: модальный регулятор (*Modal regulator*), линейно-квадратичный регулятор (*LQ regulator*) [2], регуляторы, основанные на методах искусственного интеллекта: нейронных сетей (*Neural networks*) [3], нечеткой логики (*Fuzzy logic*) [4], генетического алгоритма (*Genetic algorithm*) [5]. Для настройки модального и линейно-квадратичного регуляторов, необходима математическая модель объекта управления, по которой настраивают корни системы стабилизации таким образом, чтобы обеспечить требуемое время переходного процесса и перерегулирование. Однако преимуществом линейно-квадратичного регулятора является его оптимальность, что позволяет ему достичь лучших характеристик чем модальный регулятор [2].

Проведем дополнительное сравнение работы данных регуляторов на примере 2-х степенного маятника на тележке, кинематическая схема которого приведена на рисунке 1.

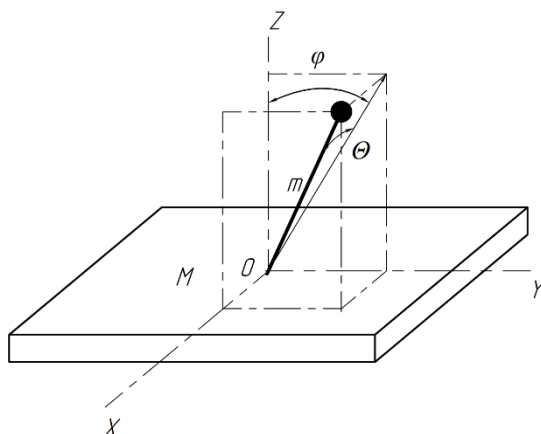


Рис. 1. Схема тележки с перевернутым 2-х степенным маятником

Для получения динамической модели данного объекта опишем кинетическую и потенциальную энергии системы и применим к ним формализм Лагранжа. Тогда полученная система дифференциальных уравнений в матричном виде примет следующий вид:

$$M(q(t))\ddot{q} + h(q(t), \dot{q}(t)) = Q;$$

$$M(q(t)) = \begin{bmatrix} M + m & 0 & ml \cos \theta & 0 \\ 0 & M + m & ml \sin \theta \sin \varphi & ml \cos \theta \cos \varphi \\ ml \cos \theta & ml \sin \theta \sin \varphi & ml^2 & 0 \\ 0 & ml \cos \theta \cos \varphi & 0 & ml^2 \cos^2 \theta \end{bmatrix},$$

$$h(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \\ -ml\dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \varphi - ml\dot{\varphi}^2 \cos \theta \sin \varphi - 2ml\dot{\theta}\dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi \\ ml^2\dot{\varphi}^2 \cos \theta \sin \theta - mgl \sin \theta \cos \varphi \\ -2ml\dot{\theta}\dot{\varphi} \cos \theta \sin \theta - mgl \cos \theta \sin \varphi \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} Fx \\ Fy \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Используя данные уравнения, была произведена линеаризация модели в точке вертикального положения маятника. Далее были синтезированы модальный и линейно-квадратичный регулятор, переходные характеристики по всем выходным переменным приведены на рисунке 2.

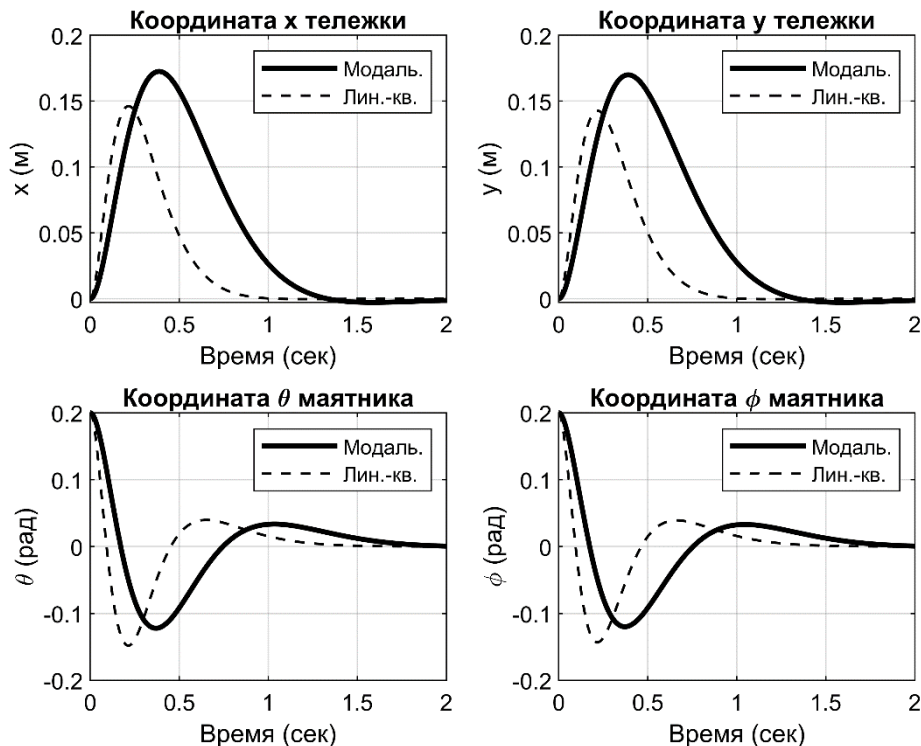


Рис. 2. Графики переходного процесса

По данным графикам видно, что при сопоставимом значении перерегулирования, время переходного процесса линейно-квадратичного регулятора значительно ниже – около 0.4 секунды, т.е. он позволяет добиться более качественного переходного процесса. Тем не менее, оба вида регулятора могут быть применены к данной задаче.

Список литературы:

1. Lim Y. Y., Hoo C. L., Wong F., Myan Y. Stabilising an Inverted Pendulum with PID Controller // MATEC Web of Conferences. – 2018 – Vol. 152 – p. 1-14
2. Kumar V. E., Jovitha J. Robust LQR Controller Design for Stabilizing and Trajectory Tracking of Inverted Pendulum // International Conference on Design and Manufacturing. Procedia Engineering. – 2013 – Vol. 64. – p. 169-178
3. Wu Q. H., Hogg B. W., Irwin G. W. A Neural Network Regulator for Turbogenerators // IEEE Transactions on Neural Networks. – 1992 – Vol. 3. – № 1. – p. 95-100
4. Ray G., Das S. K., Tyagi B. Stabilization of inverted pendulum via fuzzy control // Journal of The Institution of Engineers – Electrical Engineering. – 2007 – Vol.88. – p. 58-62
5. Mansoor H., Bhutta H. A. Genetic Algorithm Based Optimal Back Stepping Controller Design For Stabilizing Inverted Pendulum // International Conference on Computing, Electronic and Electrical Engineering. – 2016 – p. 1-5